

Quelques applications concrètes de la théorie du contrôle

Arnaud Münch, Laboratoire de Mathématique, Université Blaise Pascal

De nombreux phénomènes physiques, chimiques, etc, sont modélisés par des équations dépendentes de la variable temporelle. Prenons par exemple le cas d'un **pendule rigide fixé à une extrémité et oscillant librement**. Le modèle associé est l'équation différentielle

$$(1) \quad \begin{cases} \theta''(t) + \frac{mg}{L} \sin(\theta(t)) = 0, t > 0 \\ \theta(0) = \theta_0 \end{cases}$$

où $\theta(t)$ représente l'angle du pendule avec l'axe vertical au temps t . θ_0 est l'angle initial, m la masse du pendule, L la longueur. Ce modèle élémentaire néglige les forces de frottements de sorte que le pendule oscille de gauche à droite et de droite à gauche indéfiniment au cours du temps. Donnons nous alors un temps $T > 0$: comment agir sur le pendule entre les instants $t = 0$ et $t = T$ de façon à ramener le pendule à la position verticale immobile au temps $t = T$. Dans ce cas, le pendule est dit **contrôlé** ou **stabilisé** au temps $t = T$. Comment le faire de façon "régulière"? Le temps $T > 0$ doit-il être suffisamment grand ?

La contrôlabilité représente le fait d'agir au cours du temps sur un système dynamique de façon à amener l'état de ce système en un état donné (dit état cible) à un instant donné (dit temps de contrôle). Cette théorie s'est développée depuis les années 60 et a désormais de multiples applications en **robotique**, **automatique**, **théorie du signal**, etc.

Le but de cours est de décrire et d'étudier la contrôlabilité de quelques systèmes dynamiques concrets. Un plan indicatif est le suivant :

- Introduction par quelques exemples au contrôle de systèmes dynamiques
- Quelques aspects mathématiques de la théorie du contrôle aux équations différentielles ordinaires et applications
- Quelques aspects mathématiques de la théorie du contrôle aux équations aux dérivées partielles et applications.

Il n'y a de pré-requis particuliers pour ce cours: en s'attachant à décrire des exemples volontairement simples, le cours essaiera d'être accessible au plus grand nombre.